

Αν στο πολυώνυμο $P(x)$ με ακέραιους συντελεστές οι $P(0)$ και $P(1)$ είναι περιττοί αριθμοί, το $P(x)$ δεν έχει ακέραιη ρίζα.

Λύση

Έστω ότι το $P(x)$ έχει ακέραιη ρίζα ρ . Τότε $P(x) = (x - \rho)Q(x)$, με το $Q(x)$ πολυώνυμο με ακέραιους συντελεστές και $P(0) = -\rho Q(0)$ (1), $P(1) = -(1 - \rho)Q(1)$ (2). Η ρίζα ρ δεν είναι άρτιος αριθμός λόγω της (1), αφού ο $P(0)$ είναι περιττός. Η ρίζα ρ δεν είναι περιττός αριθμός λόγω της (2), αφού ο $P(1)$ είναι περιττός. Και στις δυο περιπτώσεις καταλήγουμε σε άτοπο.